

Kviksølvets elektriske Ledningsmodstand i absolut Maal.

Af

L. Lorenz.

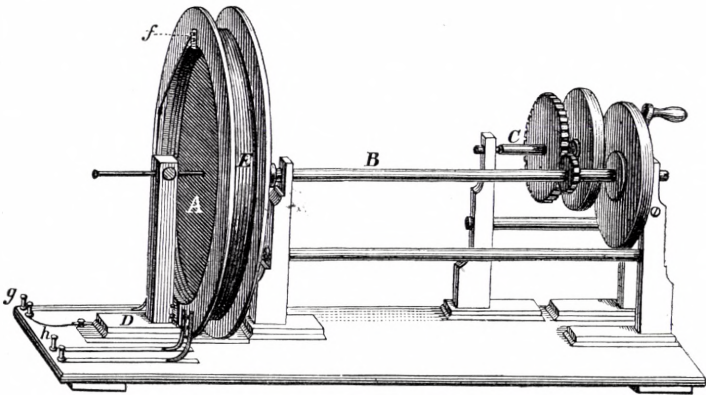
De Bestemmelser af Kviksølvets elektriske specifikke Ledningsmodstand i absolut Maal, som have været udførte af Weber¹⁾, af den af British Association²⁾ nedsatte Komité og sidst af Kohlrausch³⁾, have trods den store Omhyggelighed, hvormed alle disse Maalinger have været udførte, kun ført til temmelig uoverensstemmende Resultater. Man har ved disse Maalinger bragt forskjellige af Weber angivne Metoder i Anvendelse, men disse Metoder stemme dog alle overens i det Punkt, at de gaae ud paa Anvendelsen af inducerede Strømme med foranderlig Strømstyrke. Da jeg havde en Formodning om, at Grunden til de omtalte temmelig gaadefulde Afvigelser netop laa i denne Omstændighed, og da tilmed Udførelsen af nøjagtige Maalinger efter disse Metoder er forbunden med meget betydelige Vanskeligheder, saa har jeg søgt at udfinde en anden Methode, hvorved alene en konstant elektromotorisk Kraft uden Strøm skulde komme til Anvendelse, og hvorved tillige Bestemmelsen af en Ledningsmodstand, som i absolut elektromagnetisk Maal er en Hastighed ($\frac{\text{Millimeter}}{\text{Sekund}}$), ved den praktiske Udførelse af Forsøget ogsaa skulde henføres alene til Maalingen af en Hastighed.

¹⁾ Abh. der K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, 1862.

²⁾ Rep. of the Brit. Ass. 1863, 1864.

³⁾ Nachr. von d. K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, 1870.

Det af mig til disse Maalinger konstruerede Apparat er udført i Prof. Jüngers mekaniske Værksted og er fremstillet i nedenstaaende Figur. En Messingskive *A*, 200 Millimeter i Diameter, er befæstet paa den ene Ende af en meget let bevægelig Axe *B*, som ved Tandhjul og Drev er forbunden med en anden, med Haandtag forsynet Axe. Paa enhver af disse Axer er anbragt en tyk Messingskive, der tjener som Svinghjul. Skiven *A* bevæger sig indenfor en Ring af Mahognitræ, hvis indre Diameter ikke er større, end at Skiven netop frit kan rotere inden i den. Ringen, der er befæstet paa et bevægeligt



Fodstykke *D*, hvorved den kan forskydes i Axens Retning, er omviklet i meget regelmæssige Lag med en 1^{mm} tyk, med Silke dobbelt overspunden Kobbertraad. Fodstykket *D* bærer tillige en Opstander med en tynd Messingstang, som kan forskydes og med sin tilspidsede amalgamerede Ende trykkes ind imod den roterende Skives Centrum, hvorved man tilvejebringer en ledende Forbindelse imellem Skiven og Klemmeskruen *g*. En anden tæt ved denne staaende Klemmeskrue er ved en Traad i ledende Forbindelse med en tynd Messingfjeder *f*, som gaaer tværs over Ringens inderste Flade og trykker let ned imod den roterende Skives Omkreds. To andre Klemmeskruer *h* ere forbundne med de to Ender af den paa Rullen viklede Traad.

Leder man en elektrisk Strøm gennem Traadrullen og sættes Skiven i Omdrejning, saa fremkommer der ved Induktion en elektrisk Spændingsforskjel imellem den roterende Skives Centrum og Periferi, og sættes disse ved Klæmmeskruerne g i Forbindelse med en Multiplikator, vil der her vise sig et Udslag. Man leder nu Hovedstrømmen igjennem den Ledning, hvis Modstand skal bestemmes, for Exempel en i et cylindrisk Glasrør indesluttet Kviksølv søjle, som paa to Punkter er afledet ved to tynde i Glasrørets Sider indsmeltede Platintraade. Disse to Traade forbindes med den til Multiplikatoren og den roterende Skive førende Ledning, saaledes at altsaa baade den fra Hovedstrømmen afledede og den ved Skivens Rotation inducerede Strøm gennem den samme Ledning føres til Multiplikatoren. Man lader nu Skiven rotere i en saadan Retning, at disse tvende Strømme blive hinanden modsatte, og ved en bestemt Omdrejningshastighed ville de kunne bringes til netop at ophæve hinanden, saaledes at Multiplikatorens Naal gaaer tilbage til Nulpunktet. Den saaledes fundne Omdrejningshastighed vil da, multipliceret med et for Apparatet beregnet konstant Tal, give Modstanden i absolut Maal af den imellem de to Platintraade i Glasrøret indesluttede Kviksølv søjle. Er nemlig denne Modstand w og er s Hovedstrømmens Strømstyrke, saa vil i det nævnte Forsøg den elektriske Spændingsforskjel i de to afledende Platintraade være lig sw . Er endvidere P Apparatets Konstant, det vil sige den elektriske Spændingsforskjel imellem Skivens Centrum og Periferi, naar Hovedstrømmens Strømstyrke er lig 1 og Skiven omdrejes med jevn Hastighed 1 Gang i 1 Sekund, saa vil Psn være den i Forsøget inducerede Spændingsforskjel ved n Omdrejninger i Sekundet. Altsaa vil man, naar Multiplikatoren intet Udslag giver, have $sw = Psn$, hvoraf $w = Pn$. Den søgte Modstand er saaledes uafhængig af Hovedstrømmens Strømstyrke, og Maalingerne ere altsaa indskrænkede til en Bestemmelse en Gang for alle af Apparatets Konstant P og en Bestemmelse af Om-

drejningernes Antal n i Sekundet for hver Modstand, man vil maale.

Jeg havde oprindeligt havt til Hensigt at maale Skivens Omdrejningshastighed ved et særskilt elektrisk Apparat, men det viste sig strax ved de foreløbige Forsøg, at jeg kunde opnaae en uventet stor Nøjagtighed alene ved Omdrejning med Haanden og Tælling af Haandtagets Omdrejninger, medens Tiden angaves ved Minutslagene af et Penduluhr. Ved lidt Øvelse bragte jeg det hurtig dertil, at de tilfældige Fejl ved denne Bestemmelse af Omdrejningshastigheden ikke overstege 0,2 Procent, en Nøjagtighed, som forekom mig at være tilstrækkelig.

Den roterende Skive var i de Forsøg, jeg skal meddele, altid stillet i Traadrullens Midte. Som Strømgiver benyttedes sædvanlig 4 Bunsen's Elementer, dog var allerede Strømmen fra et enkelt tvekromsurt Kali-Element tilstrækkelig. Der viste sig ingen Forskjel i Resultaterne ved Anvendelsen af Strømme med forskjellig Styrke, og Nøjagtigheden var næsten ligesaa stor ved Forsøgene med de svagere Strømme. Multiplikatoren havde faa Vindinger og en Dobbeltmaal, hvis Følsomhed var forøget ved Anbringelsen af en Magnet i nogen Afstand fra Multiplikatoren. Naalens Stilling iagttoges gennem et over den anbragt fast Spejl ved Kikkert fra det Sted, hvor Omdrejningsapparatet var opstillet. Dette var 3 til 4 Meter fjernet fra Multiplikatoren og var tillige stillet saaledes, at en igjennem Traadrullen ledet stærk Strøm ikke viste nogen kjendelig Virkning paa Multiplikatorens Naal.

Ved de Forsøg, jeg anstillede, frembragte den fra Hovedstrømmen afledede Strøm et Udslag af Multiplikatorens Naal paa 40 til 60 Grader. Apparatet sattes i Omdrejning med den ene Haand, medens jeg gennem Kikkerten iagttog Multiplikatornaalens Bevægelse, og det gjaldt da om at passe Omdrejningshastigheden saaledes, at Naalen blev holdt fast ved Nulpunktet. Ved den mindste Forandring af Omdrejningshastigheden gik Naalen til den ene eller den anden Side af Nulpunktet, men det var ved lidt Øvelse let at opnaae en saadan Regelmæssighed

ved Omdrejningen, at Naalen under hele Forsøget næsten holdt sig ubevægelig.

Ved Skivens Omdrejning fremkom der en thermoelektrisk Strøm, som let kunde iagttages ved Afbrydelse af Hovedstrømmen, og som frembragte et Udslag af Multiplikatorens Naal paa omtrent en Grad. Multiplikatorens Nulpunkt blev derfor forskudt lige saa meget, saaledes at dens Naal under ethvert Forsøg viste paa Nulpunktet, naar Hovedstrømmen var afbrudt, medens Skivens Omdrejning fortsattes uforandret. Derimod var den inducerende Virkning af Jordmagnetismen paa den roterende Skive saa svag, at den ikke kunde iagttages paa Multiplikatoren.

For i ethvert Tilfælde ved selve Forsøgene at kunne hæve Indflydelsen paa det endelige Resultat af de forskjellige Fejlkilder, nemlig af Traadrullens umiddelbare Virkning paa Multiplikatornaalen, de thermoelektriske Strømmes og Jordmagnetismens inducerende Virkninger, bleve alle Forsøgene anstillede paa følgende Maade. Efterat Skiven var sat i Rotation og havde opnaaet den bestemte Hastighed, hvorved Multiplikatorens Naal holdt sig paa Nulpunktet, begyndte med Minutslaget fra Penduluhret Tællingen af Haandtagets Omdrejninger; ved hvert følgende Minutslag mærkedes det hele Tal, som nærmest svarede til Antallet af Omdrejninger, medens Tællingen fortsattes fra 0, hvorpaa Hovedstrømmen efter 2 eller 3 Minuters Forløb blev vendt om ved Hjælp af en Strømvender, medens Rotationen og Tællingen fortsattes uforandret i 2 eller 3 Minuter. Ved det sidste Minutslag noteredes da tillige den ved et Skøn bestemte Brøkdelen af en hel Omdrejning. Derpaa var Rotationen afbrudt et Øjeblik, Ledningen til Multiplikatoren byttedes om, saaledes at Naalens Udslag nu gik til den modsatte Side, Multiplikatoren indstilledes paany under Skivens Omdrejning, medens Hovedstrømmen var afbrudt, og Forsøget gjentoges da paa samme Maade som før.

Alle Længdeudmaalinger udførtes med et Kathetometer, hvis Kikkert jeg havde forsynet med to akromatiske Objektiver

for at kunne bringe den Gjenstand, som skulde maales, tilstrækkelig nær (150 til 200^{mm}) til Kikkerten. Jeg opnaede herved en større Nøjagtighed end den, man ellers naaer ved de sædvanlige Kathetometermaalinger paa større Afstande, og jeg kunde med fuldkommen Sikkerhed maale selv større Længder med en Nøjagtighed af $\frac{1}{100}^{\text{mm}}$.

Skivens og Ringens Dimensioner bleve først udmaalte, dernæst omvikledes Ringen paa Drejerbænken med Kobbertraaden i 484 Vindinger (16 Lag), og udenpaa denne «indre» Traadrulle vikledes, efter at dens Diameter var maalt, paa samme Maade 410 Vindinger i 14 Lag. Maalingerne gavede følgende Resultater:

Skivens Tykkelse	$3,40^{\text{mm}}$
Skivens Diameter	200,00
Traadvindingernes indre Diameter .	205,78
Den indre Rullens Diameter	237,6
Hele Rullens Diameter	266,0
Vindingernes Brede	36,5

Heraf findes ved en Beregning, hvis Enkeltheder jeg nærmere skal angive ved Slutningen af denne Afhandling, Apparatets Konstant, som for den indre Rulle bliver lig

$$1,3433 \cdot 10^6,$$

og for hele Rullen

$$2,2115 \cdot 10^6.$$

De Maalinger, jeg har udført med dette Apparat, ere fornemmelig gaaede ud paa Bestemmelsen af Kviksølvets Ledningsmodstand. Som Beholdere for Kviksølvet benyttedes lige, cylindriske, i den ene Ende tilmeldede Glasrør. Tre Platintraade vare indsmeltede i Rørens Sider, den ene nær ved den lukkede Ende og de to andre, hvis Tykkelse kun var $0^{\text{mm}},20$, i en Afstand fra Bunden af omtrent $\frac{1}{3}$ og $\frac{2}{3}$ af Rørets Længde. Disse naaede kun lige indenfor Glasrørets indre Væg. Kviksølv var rensed ved længere Tids Henstand med fortyndet Salpetersyre, og jeg fandt dets Vægtfylde ved $5^{\circ},3 \text{ C.}$ lig 13,586, hvilket

svarer til 13,598 ved 0° C., altsaa saa godt som nøjagtig det Røgnaultske Tal.

Kalibreringen af Rørene udførtes paa følgende Maade. Efterat Røret var fyldt med Kviksølv indtil den øverste Platintraad, og alle Luftblærer vare bortskaffede ved Rystning, medens Luften blev udpompet med en Kviksølvluftpumpe, blev Røret stillet vertikalt paa et fast Underlag og Kviksølvets Højde maalt med Kathetometret. Dernæst borttoges en lille Del af Kviksølvet ved Hjælp af et lige Glasrør, der tjente som Stikhævert, og førtes i et Glas til Vægtskaalen, Kviksølvøjens Højde maalt, en ny Portion Kviksølv blev borttagen og vejedes sammen med den foregaaende, og saaledes videre, indtil Kviksølvets Overflade havde naaet den anden Platintraad. For Rør Nr. 1 fandtes saaledes

h mm	p Gr.	$\frac{\Delta h}{\Delta p}$
152,91	"	"
149,18	2,938	1,2696
144,55	6,355	1,3550
137,89	11,317	1,3422
130,30	16,980	1,3403
119,42	25,073	1,3444
108,77	33,010	1,3418
96,60	42,080	1,3418
83,28	51,992	1,3438
72,04	60,356	1,3439
60,60	68,848	1,3471
54,61	73,303	1,3445
52,15	75,113	1,3591
49,42	77,278	1,2610

Heri ere h de paa Kathetometret maalte Højder af Kviksølvet, p Vægtene af alt det borttagne Kviksølv, $\frac{\Delta h}{\Delta p}$ Forskjellen imellem to paafølgende Højder og Δp den tilsvarende Forskjel imellem Vægtene. Midten af de to tynde Platintraade, hvor de

træde ind i Røret, var ved $151^{\text{mm}},18$ og $49^{\text{mm}},02$, Afstanden imellem dem var altsaa $102^{\text{mm}},16$. Kviksølvets Temperatur var $8^{\circ},80$ C. Af disse Maalinger findes Modstanden af den imellem de to Platintraade indesluttede Kviksølv søjle ved 0° C. lig

$$0,0018587 \text{ Q. E. ,}$$

idet *Q. E.* betegner den af Siemens indførte Kviksølvenhed, nemlig Modstanden af en 1^{m} lang Kviksølv søjle med 1 Kvadratmillimeters Gjennemsnit ved 0° C.

Paa samme Maade fandtes for Rør Nr. 2 Afstanden imellem de to Platintraade lig $102^{\text{mm}},54$ og Modstanden

$$0,0005826 \text{ Q. E. ,}$$

og for Rør Nr. 3 Afstanden $156^{\text{mm}},06$ og Modstanden

$$0,00079067 \text{ Q. E. .}$$

Rør Nr. 1 fyldtes nu fuldstændig med Kviksølv, og Luftblærene bortskaffedes paa den ovenfor omtalte Maade. Det blev dernæst ved den i Bunden indsmeltede Platintraad og en anden, som var anbragt ved Rørets aabne Ende, indskudt i en af 4 Bunsens Elementer, en Strømvender og Apparats hele Traadrulle dannet Strømkreds. Rørets to Afledningstraade forbandtes med Apparats Skive og Multiplikatoren, hvorved dennes Naal viste et Udslag af $57\frac{1}{2}^{\circ}$, forinden Skiven sættes i Omdrejning. Resultatet af det paa den ovenfor beskrevne Maade anstillede Forsøg var ved en i 4 Minuter fortsat Omdrejning nøjagtig 117 Omdrejninger af Haandtaget i Minuten, og efter Ombytning af Ledningstraadene til Multiplikatoren fandtes atter det samme Tal. Kviksølvets Temperatur var $6^{\circ},84$ C. Ved et andet Forsøg, som gav nøjagtig samme Resultat, var Kviksølvets Temperatur $6^{\circ},40$ C.; Middeltallet af disse to Temperaturer er $6^{\circ},62$ C.

Til enhver Omdrejning af Haandtaget svarede 4 Omdrejninger af Skiven. Uhret angav ikke nøjagtig Middeltiden, idet der imellem hvert Minutslag forløb $59,185$ Sekunder. Antallet

af Skivens Omdrejninger i Sekundet var altsaa i det omtalte Forsøg

$$\frac{4 \cdot 117}{59,185} = 7,9074,$$

hvilket Tal multipliceret med den for hele Rullen ovenfor angivne Konstant ($2,2115 \cdot 10^6$) giver

$$17,487 \cdot 10^6$$

som Kviksølvøjelens Modstand i absolute Enheder ved $6^{\circ},62$ C. Denne Modstand reduceres til 0° ved Multiplikation med $1 - 0,00075 t$, hvor $t = 6,62$. Betegnes endvidere 10^{10} absolute Modstandsenheder ($\frac{\text{Millimeter}}{\text{Sekund}}$) ved $O.E.$ (en Ohms Enhed), saa erholdes

$$0,0018587 Q.E. = 0,0017400 O.E.,$$

hvoraf følger

$$1 Q.E. = 0,9362 O.E.$$

For Rør Nr. 2 fandtes, naar alene den indre Traadrulle var indskudt i Hovedstrømmen,

$$60, 60, 61 \quad | \quad 60, 60, 61$$

Omdrejninger af Haandtaget ved en i 6 Minuter fortsat Tælling, hvorved Hovedstrømmen efter de 3 Minuters Forløb blev vendt om, og dernæst efter Ombytning af Ledningerne til Multiplikatoren,

$$60, 61, 60 \quad | \quad 60, 61, 60.$$

Kviksølvets Temperatur var $9^{\circ},1$ C. Heraf findes, idet den indre Rulles Konstant er $1,3433 \cdot 10^6$, ved en lignende Beregning som ovenfor

$$1 Q.E. = 0,9338 O.E.$$

For det samme Rør forbundet med hele Traadrullen var Omdrejningernes Antal

$$\begin{array}{ccc|ccc} 36, & 37, & 36 & | & 37, & 37, & 36 \\ 36, & 36, & 37 & | & 37, & 37, & 36\frac{3}{4} \end{array}$$

ved $6^{\circ},60$ C., hvoraf man finder

$$1 Q.E. = 0,9339 O.E.$$

Forsøgene med Rør Nr. 3 og den indre Traadrulle alene gave

81, 81, 82		81, 82, 82
81, 82, 81		81, 82, 82 $\frac{1}{4}$

Omdrejninger ved 5°,22 C., og for det samme Rør med hele Traadrullen fandtes

49, 50, 50		49, 49, 50
49, 50, 50		49, 49, 50

Omdrejninger ved den samme Temperatur. De heraf beregnede Resultater ere henholdsvis

$$1 Q. E. = 0,9324 O. E.$$

$$1 Q. E. = 0,9320 O. E.$$

Middeltallet af alle 5 Iagttagelser er

$$1 Q. E. = 0,9337 O. E.,$$

eller Kviksølvenheden er lig $0,9337 \cdot 10^{10}$ absolute Enheder.

Jeg har tillige søgt at bestemme Modstanden af en af Siemens Modstandsetaloner, som repræsenterede en Kviksølv-enhed. Nogen stor Nøjagtighed kunde jeg imidlertid ikke opnaae ved denne Bestemmelse, da Modstanden var meget for stor til at kunne maales umiddelbar med mit Apparat, og jeg skal derfor ikke opholde mig ved Enkelthederne af disse Maalinger, som desuden her kun have en underordnet Betydning. Til Sammenligningen benyttedes en 66 Meter lang, 1^{mm},79 tyk Kobbertraad, hvis specifikke Ledningsmodstand jeg ved Maalinger med mit Apparat paa forskjellige Steder af Traaden fandt lig 193500 ved 9°,2 C. eller 48,25 Gange (mindre end Kviksølvets ved 0°. Denne Traad blev nu efter Wheatstones Methode sammenlignet med Etalonen, hvorved dennes Modstand fandtes lig 0,943 O. E.

Det ovenfor angivne Resultat af mine umiddelbare Bestemmelser af Kviksølvenhedens absolute Modstand, hvor Fejlen paa

den endelige Middelværdi neppe vil kunne overskride 0,2 Procent, er omtrent 2 Procent lavere end den af den britiske Komité fundne Værdi (0,9629 og 0,9564 *O. E.*), der atter er lavere end de Værdier, som andre Iagttagere (maaske med Undtagelse af Kirchhoff¹⁾) have fundet, idet Weber og sidst Kohlrausch have fundet Værdierne 1,0257 og 0,9705 *O. E.* Jeg har saaledes ved mine Maalinger erholdt en Stadfæstelse af den i Begyndelsen af denne Afhandling udtalte Formodning, at Uoverensstemmelserne i de hidtil fundne Resultater hidrøre fra den Omstændighed, at Forsøgene have været udførte med Induktionsstrømme af foranderlig Intensitet. For en Del stadfæstes denne Antagelse allerede ved den af den britiske Komité offentliggjorte Iagttagelsesrække²⁾, idet her de med de større Omdrejningshastigheder anstillede Forsøg give et lidt for højt og de andre et lidt for lavt Resultat i Forhold til Middelværdien. I en tidligere Afhandling «Bestemmelse af Varmegrader i absolut Maal»³⁾ havde jeg allerede ytret en Tvivl om Rigtigheden af de med foranderlige Induktionsstrømme foretagne Modstandsmaalinger, men det viser sig nu, at Afvigelserne gaae i en modsat Retning af, hvad jeg dengang formodede. Paa hvilken Maade det nu forholder sig med Varmeudviklingen af en elektrisk Strøm i en Ledning, hvis Modstand er bestemt i absolute Enheder, derpaa kunne kun fremtidige Forsøg give det afgjørende Svar. Efter de Forsøg, vi have derover, nemlig af v. Qvintus Icilius⁴⁾ og H. Weber⁵⁾, synes det, som om den iagttagne Varmeudvikling er større end den, Theorien giver.

Endnu skal jeg kun kortelig omtale nogle andre Forsøg, jeg har anstillet med mit Apparat. Naar Hovedstrømmen afbrydes, medens Skiven er i Rotation og Multiplikatorens Naal

¹⁾ Pogg. Ann. Bd. 76; jfr. Berliner Berichte 1851, S. 781.

²⁾ Rep. of the Brit. Ass. 1864 og Pogg. Ann. Bd. 126.

³⁾ Overs. o. d. K. D. Vid. Selsk. Forh. 1872.

⁴⁾ Pogg. Ann. Bd. 101.

⁵⁾ Inauguraldissertation, Leipzig 1863.

staaer paa Nulpunktet, saa modtager denne Naal et Stød, som bevirker et Udslag af flere Grader, og Stødets Retning er en saadan, at den afledede Strøm i Afbrydelsens Øjeblik faaer Overvægten over den i den roterende Skive inducerede Strøm. Omvendt forholder det sig, naar Hovedstrømmen atter sluttet. Disse ejendommelige momentane Strømme lade sig neppe forklare af en fra den pludselige Forandring af Hovedstrømmen hidrørende Induktion, og de synes snarere at maatte tilskrives en ved den pludselige Strømforandring fremkommen Modifikation i Loven for Strømdelingen i den forgrenede Del af Ledningen. En intermitterende Hovedstrøm, som frembragtes ved en i Hovedledningen indskudt Selvaabryder, syntes at give de samme Resultater som en konstant Strøm. For ved Forsøg herover at erholde en rolig Stand af Multiplikatornaalen er det af Vigtighed at sørge for, at der er en god Kontakt imellem Skiven og den Fjeder, som berører Skivens Omkreds, hvilket man let kan overbevise sig om ved at omdreje Skiven ved konstant Hovedstrøm i en saadan Retning, at den inducerede og den afledede Strøm forstærke hinanden. Hvis man da erholder et større og tillige et fast Udslag af Multiplikatornaalen, kan man ansee Kontakten for god, da Naalen i modsat Tilfælde vilde vise sig meget urolig. Mine Forsøg med intermitterende Hovedstrømme gave vel et 1 Procent højere Resultat end de med konstant Strøm anstillede Maalinger, men jeg tilskriver denne Afvigelse alene Iagttagelsesfejlene, idet det ved disse Forsøg var vanskeligere at holde Naalen i fuldkommen Ro, og Erfaringen viste mig, at jeg ved en urolig Stand af Naalen var tilbøjelig til at give Skiven en for hurtig Omdrejning.

Da Anvendelsen af de temmelig (7—14^{mm}) tykke Kviksølv-søjler maaske kunde vække Betæneligheder, anstillede jeg nogle Forsøg for at undersøge, om Kviksølvets Højde over den øverste afledende Platintraad kunde have nogen Indflydelse paa Resultatet. Denne Højde var i de ovenfor beskrevne Forsøg omtrent lige saa stor som Afstanden imellem de to afledende

Platintraade. Jeg gjentog nu Forsøgene med Rør Nr. 3 med mindre Højder af Kviksølvet, men der viste sig ikke nogen Forskjel i Resultaterne, førend der var taget saa meget af Kviksølvet bort, at det lige kun dækkede den øverste Platintraad og stod med Kuppelen omtrent en Millimeter over den. I dette Tilfælde var den fundne Modstand 1 Procent mindre end før, det vil sige, den afledede Strøms elektromotoriske Kraft var nu formindsket med 1 Procent. Senere har jeg fundet dette Resultat stadfæstet ved Beregning, idet jeg har bestemt en konstant elektrisk Strøms Bevægelse i en ret cirkulær Cylinder, til hvis Endeflader Strømmen til- og afledes ved en Traadledning. Da imidlertid denne Beregning her ikke kan have synderlig Interesse, skal jeg indskrænke mig til den Bemærkning, at den nævnte matematiske Opgave lader sig løse i fuld Almindelighed ved Hjælp af den Bessel'ske Funktion.

Beregning af Apparatets Konstanter. Man tænke sig en elektrisk Strøm med Enhed af Strømstyrke ledet gennem en cirkulær Leder, og koncentrisk og parallelt med denne en uendelig tynd cirkulær Skive omdrejet med jevn Hastighed en Gang rundt i hvert Sekund. Der vil da i denne Skive fremkomme ved Induktion en elektrisk Spændingsforskjel (p) imellem Skivens Centrum og dens Periferi. For at beregne denne Størrelse p kan man da tænke sig, at der i hvert Sekund ledes Enhed af Elektricitetsmængde fra Skivens Centrum til dens Periferi, medens Skiven bevæger sig den samme Vej rundt som den elektriske Strøm i den faste cirkulære Leder. Det Arbejde, som nu udkræves for hver Omdrejning af Skiven til Overvindelse af den elektrodynamiske Modstand, vil da være lig den søgte Spændingsforskjel p . Da hele den fra Skivens Centrum til dens Periferi ledede Elektricitetsmængde gaaer igjennem enhver med Periferien koncentrisk Kreds i Skiven, og da Virkningen af den faste Strømleder er den samme i ethvert Punkt

af en saadan Kreds, saa kan man ogsaa tænke sig Elektriciteten alene ledet igjennem en lineær Leder fra Skivens Centrum til dens Periferi, og p vil da være lig det Arbejde, som udkræves til at udføre en Omdrejning med denne af Strømstyrkeenheden gennemstrømmede radiale Leder.

Skivens Radius være r , den cirkulære Leders Radius R , Afstanden imellem Skivens og Lederens Planer a . Det søgte Arbejde og altsaa ogsaa p vil man da ved at gaae ud fra de bekendte elektrodynamiske Love finde udtrykt ved

$$p = 2\pi \int_0^{2\pi} d\theta \frac{rR \cos \theta}{\sqrt{R^2 + r^2 + a^2 - 2Rr \cos \theta}}.$$

Heri sættes

$$c = \frac{(R-r)^2 + a^2}{(R+r)^2 + a^2}, \quad c' = 1 - c = \frac{4Rr}{(R+r)^2 + a^2}, \quad \theta = \pi - 2\varphi,$$

hvorved Udtrykket faaer Formen

$$p = 4\pi \sqrt{rRc'} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \frac{2 \sin^2 \varphi - 1}{\sqrt{1 - c' \sin^2 \varphi}}.$$

Indføres her de fra de elliptiske Funktioners Theori bekendte Betegnelser:

$$K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - c \sin^2 \varphi}}, \quad K' = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - c' \sin^2 \varphi}}, \quad E' = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \sqrt{1 - c' \sin^2 \varphi},$$

erholdes

$$p = 4\pi \sqrt{rRc'} \left[\frac{2 - c'}{c'} K' - \frac{2}{c'} E' \right].$$

Nu er som bekendt

$$E' = cK' - 2cc' \frac{dK'}{dc},$$

altsaa bliver

$$p = 4\pi \sqrt{rRc'} \left[K' + 4c \frac{dK'}{dc} \right].$$

Idet vi nu betragte c som en temmelig lille Størrelse, ville vi have at udvikle K' i en Række efter stigende Potenser af $c = 1 - c'$. Hertil kan benyttes den fra de elliptiske Funktioners Theori bekendte Ligning

$$cc' \left(K' \frac{dK}{dc} - K \frac{dK'}{dc} \right) = \frac{\pi}{4},$$

hvoraf

$$K' = -\frac{\pi}{4} K \int \frac{dc}{cc'K^2}.$$

I dette ubestemte Integral er Konstanten bestemt ved Grændseværdien $K' = \frac{1}{2} l \frac{16}{c}$ for en uendelig lille Værdi af c . Man udvikle nu K i Række efter stigende Potenser af c , nemlig

$$K = \frac{\pi}{2} \left[1 + \frac{1}{2^2} c + \frac{1 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 4^2} c^2 + \dots \right],$$

og man vil da erholde

$$K' = \frac{1}{2} l \frac{16}{c} \left(1 + \frac{1}{4} c + \frac{9}{64} c^2 + \dots \right) - \frac{1}{4} c - \frac{21}{128} c^2 - \dots,$$

som indsat ovenfor i Udtrykket for p giver

$$p = \pi \sqrt{rR} \left[l \frac{16}{c} \left(1 + \frac{3}{4} c + \frac{33}{64} c^2 + \dots \right) - 4 - \frac{3}{2} c - \frac{81}{64} c^2 - \dots \right]$$

Istedenfor den lineære cirkulære Ledning ville vi dernæst antage en dermed koncentrisk Ring med rektangulært Gjennemsnit og gennemstrømmet af en m Gange større Elektricitetsmængde. Radierne af denne Rings indre og ydre cylindriske Flader være R_1 og R_2 , og Afstandene af Ringens to plane Begrænsningsflader fra den roterende Skives Plan være a_1 og a_2 . Betegnes nu den elektriske Spændingsforskjel imellem Skivens Centrum og Periferi ved P , saa vil denne være bestemt ved

$$P = m \int_{R_1}^{R_2} \frac{dR}{R_2 - R_1} \int_{a_1}^{a_2} \frac{da}{a_2 - a_1} p.$$

Heri sættes

$$R = r(1 + \beta), \quad a = r\alpha,$$

og altsaa

$$c = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{4(1 + \beta)} - \frac{(\alpha^2 + \beta^2)^2}{16} \dots$$

Vi have da først at bestemme Funktionerne $A(\alpha, \beta)$, $B(\alpha, \beta)$, $C(\alpha, \beta)$ i det dobbelte ubestemte Integral

$$\int d\alpha \int d\beta p = 2\pi r \left[A(\alpha, \beta) l \frac{64}{\alpha^2 + \beta^2} + B(\alpha, \beta) \operatorname{arc} \left(\operatorname{tg} = \frac{\alpha}{\beta} \right) + C(\alpha, \beta) \right]$$

Man vil finde

$$A(\alpha, \beta) = \alpha\beta + \frac{1}{4}\alpha\beta^2 + \frac{1}{12}\alpha^3 + \frac{1}{48}\alpha\beta^3 + \frac{1}{16}\alpha^3\beta - \frac{1}{128}\alpha(\alpha^2 + \beta^2)^2 + \dots$$

$$B(\alpha, \beta) = \alpha^2 - \beta^2 - \frac{1}{3}\beta^3 + \frac{1}{12}\alpha^4 - \dots$$

$$C(\alpha, \beta) = -\alpha\beta + \frac{1}{12}\alpha\beta^2 + \frac{5}{36}\alpha\beta^3 + \frac{1}{12}\alpha^3\beta - \frac{11}{768}\alpha\beta^4 + \frac{3}{128}\alpha^3\beta^2 - \dots$$

Heraf beregnes da det bestemte Integral P . Sættes nemlig

$$R_1 = r(1 + \beta_1), \quad R_2 = r(1 + \beta_2), \quad a_1 = r\alpha_1, \quad a_2 = r\alpha_2,$$

samt betegnes Integralet $\int d\alpha \int d\beta p$ ved $P(\alpha, \beta)$, vil P være udtrykt ved

$$P = \frac{m}{(\beta_2 - \beta_1)(\alpha_2 - \alpha_1)} [P(\alpha_2, \beta_2) - P(\alpha_1, \beta_2) - P(\alpha_2, \beta_1) + P(\alpha_1, \beta_1)].$$

Der er her forudsat, at Skiven er uendelig tynd. Tænke vi os den forskudt et Stykke x i Axens Retning, saa forandres α_1 til $\alpha_1 - x$ og α_2 til $\alpha_2 - x$ og det første Udtryk for P til

$$m \int_{R_1}^{R_2} \frac{dR}{R_2 - R_1} \int_{a_1 - x}^{a_2 - x} \frac{da}{a_2 - a_1} p.$$

Har altsaa Skiven Tykkelsen 2ε , saa vil man istedenfor P faae Værdien

$$m \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \frac{dx}{2\varepsilon} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dR}{R_2 - R_1} \int_{a_1 - x}^{a_2 - x} \frac{da}{a_2 - a_1} p,$$

idet x tillægges alle Værdier fra $-\varepsilon$ til $+\varepsilon$, og Afstandene a_2 og a_1 ere regnede fra det Plan, som svarer til $x = 0$.

Naar nu ε er en lille Størrelse, saa vil det sidste Udtryk tilnærmelsesvis være lig

$$P + \frac{\varepsilon^2 m}{6} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dR}{R_2 - R_1} \int_{a_1}^{a_2} \frac{da}{a_2 - a_1} \cdot \frac{d^2 p}{da^2},$$

og man vil altsaa til det ovenfor fundne Udtryk for $P(\alpha, \beta)$ have at tilføje Korrektionen

$$\frac{\varepsilon^2}{6r^2} \frac{d^2 P(\alpha, \beta)}{d\alpha^2}.$$

Endelig have vi i Apparatet en Traadrulle istedenfor den her i Regningen antagne ledende Ring. Er Antallet af Traadrullens Vindinger lig m , og gaaer der Enhed af Elektricitetsmængde i hvert Sekund igjennem enhver af Vindingerne, saa vil der gennem Rullens Gjennemsnit gaae m Elektricitetsenheder i Sekundet, altsaa den samme Elektricitetsmængde, som vi antogede passerede Ringens Gjennemsnit. Forskjellen imellem Ringen og Traadrullen er da alene den, at der i den sidste findes ikke ledende Mellemrum imellem Vindingerne. Den heraf følgende Korrektion for $P(\alpha, \beta)$ bliver imidlertid i det foreliggende Tilfælde uden Betydning, hvorfor jeg skal indskrænke mig til blot at angive Resultatet af Beregningen, som er, at Korrektionen, der skulde adderes til $P(\alpha, \beta)$, vilde være

$$-\frac{\eta^2}{24r^2} \left(\frac{d^2 P(\alpha, \beta)}{d\alpha^2} + \frac{dP(\alpha, \beta)}{d\beta^2} \right),$$

hvis Traaden i Rullen var lineær, og naar η er Afstanden imellem to tilgrændsende Vindinger. Denne Korrektion beløber sig imidlertid ikke til 0,01 Procent, og da Traaden har en endelig Tykkelse, er den virkelige Korrektion endnu mindre.

I nærværende Apparat er for hele Rullen

$$m = 894, \quad \alpha_2 = -\alpha_1 = 0,1825, \quad \beta_2 = 0,330, \quad \beta_1 = 0,0289, \\ \varepsilon = 0,017, \quad \eta = 0,0118,$$

og for den indre Rulle

$$m = 484, \quad \beta_2 = 0,188,$$

medens de andre Størrelser blive de samme.

Man finder for det første Tilfælde

$$P = 2,2124 \cdot 10^6,$$

og Korrektionen for Skivens Tykkelse — 0,04 Procent.

For den indre Rulle findes

$$P = 1,3440 \cdot 10^6, \quad \text{Korrektionen — 0,05 Procent.}$$